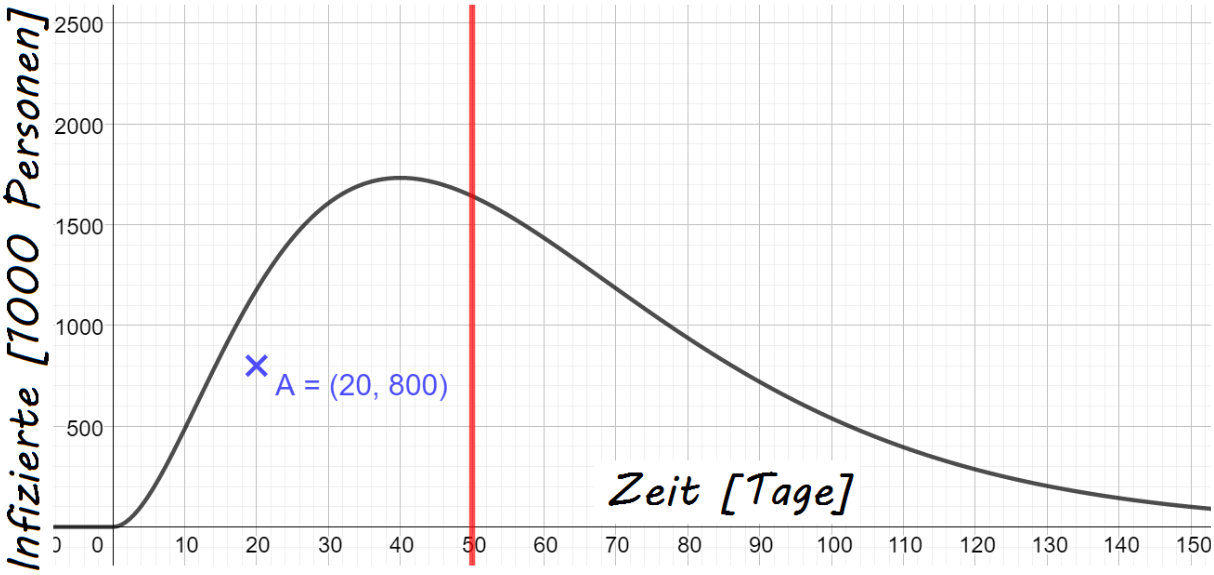
An eine Pandemie anpassen …

Bisher nutzen Epidemiologen für die Schweinegrippe die Funktion $f(x) = 8x^2 \cdot e^{-0{,}05x}$, um die Entwicklung der Epidemie zu berechnen. Dabei gibt f die Anzahl der Infizierten (in 1000 Infizierten) in Abhängigkeit von x Tagen nach Beginn (bei x=0) an.

Ein typischer Verlauf wird mithilfe dieser Formel in einem bestimmten Land wie folgt modelliert.



Um die Funktion auf andere Länder oder auch auf artverwandte Erreger zu übertragen, ändert ein Mathematiker diese ein wenig ab und erhält die Funktionsschar k_a, die über einen Parameter a verfügt, mit dem die Funktion auf andere Voraussetzungen eingestellt werden kann.

$$k_a(x) = 8x^2 \cdot e^{-ax}$$

Die bisherige Funktion f könnte man also bezeichnen als: $f(x) = k_{0.05}(x)$.

a) Zeichne verschiedene Funktionen $k_a(x)$ und vergleiche diese miteinander.
Beschreibe, wie der Faktor a den Verlauf der Funktion beeinflusst.
Tipp: Achte auf die Achsenskalierung im gegebenen Graphen.

b) Berechne, wie viele infizierte man nach 30 Tagen erwartet, wenn $a = 0{,}1$ vorgegeben ist.

c) Eine Mutation scheint weniger infektiös zu sein als der Ursprungstyp. 20 Tage nach Ausbruch werden nur 800.000 infizierte beobachtet anstatt der mit der bisherigen Formel vermuteten 1.150.000. Bestimme den Wert für a, so dass die Funktion k_a durch den Punkt A verläuft.

d) Beobachtungen bei einer anderen Krankheit deuten darauf hin, dass der Hochpunkt der Pandemie erst nach 50 Tagen erreicht wird und nicht wie bei der bisherigen Funktion nach 40 Tagen. Bestimme den Wert von a, so dass der Hochpunkt der Funktion k_a nach 50 Tagen liegt.
Tipp: $k_a'(x) = (-8ax^2 + 16x) \cdot e^{-ax}$ (muss natürlich berechnet werden)