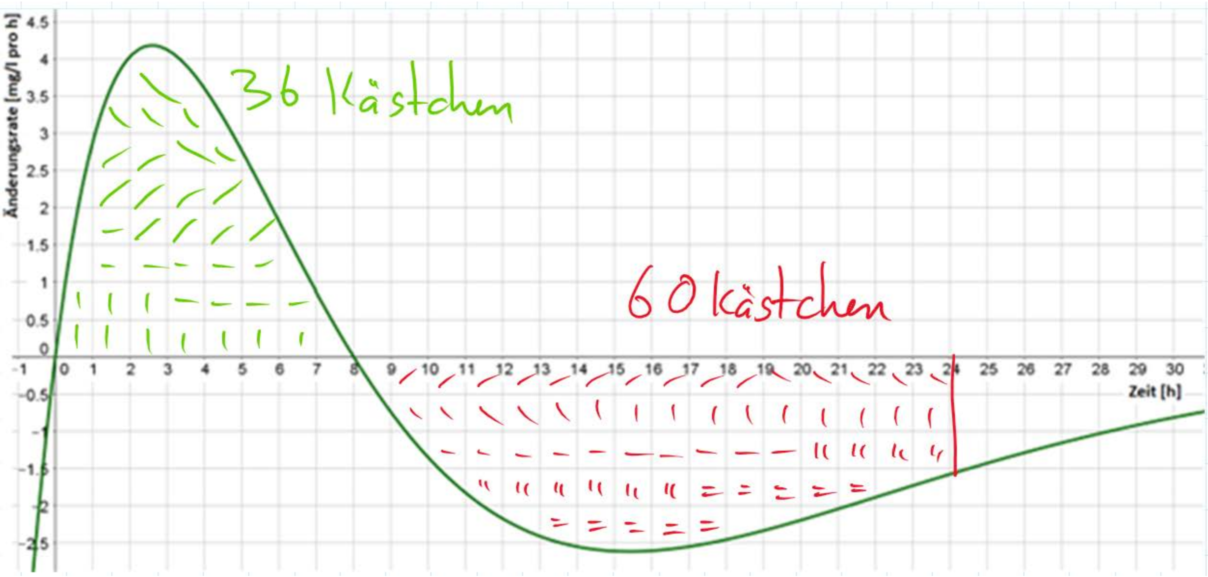
Lösung

ein anderes Präparat – Vitamine im Blut

Aufgabenteil a)

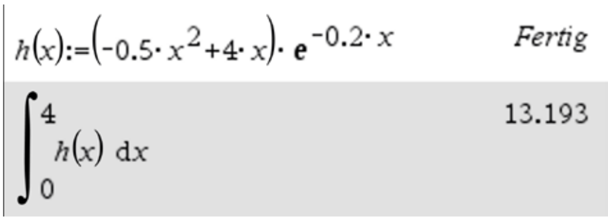
Durch einfaches Abzählen der Kästchen erkennt man schnell, dass die Fläche unter der Funktion h, die im positiven Bereich liegt (also zwischen $x = 0$ und $x = 8$ mit 36 Kästchen deutlich kleiner ist als die Fläche unter der Funktion zwischen $x = 8$ und $x = 24$. Folglich nimmt die Vitaminkonzentration deutlich ab.



Aufgabenteil b)

Um die Vitaminmenge zu bestimmen, die in den ersten vier Stunden aufgenommen wurde, muss die Fläche unter der Funktion h zwischen $x = 0$ und $x = 4$ berechnet werden also:

$$\int_0^4 h(x) \cdot dx = 13{,}19 \ldots$$



Es wurden in den ersten vier Stunden 13,2 mg/l Vitamine aufgenommen.

Randbemerkung: Damit ist nicht bekannt, wie hoch die Konzentration im Blut ist, da nicht bekannt ist, ob zu Beginn bereits etwas im Blut vorhanden war.

Aufgabenteil c)

Hier muss im Vergleich zur Aufgabe b) nur die Grenze des Integrals verändert werden zu:

$$\int_0^{24} h(x) \cdot dx = -11{,}955 \ldots$$

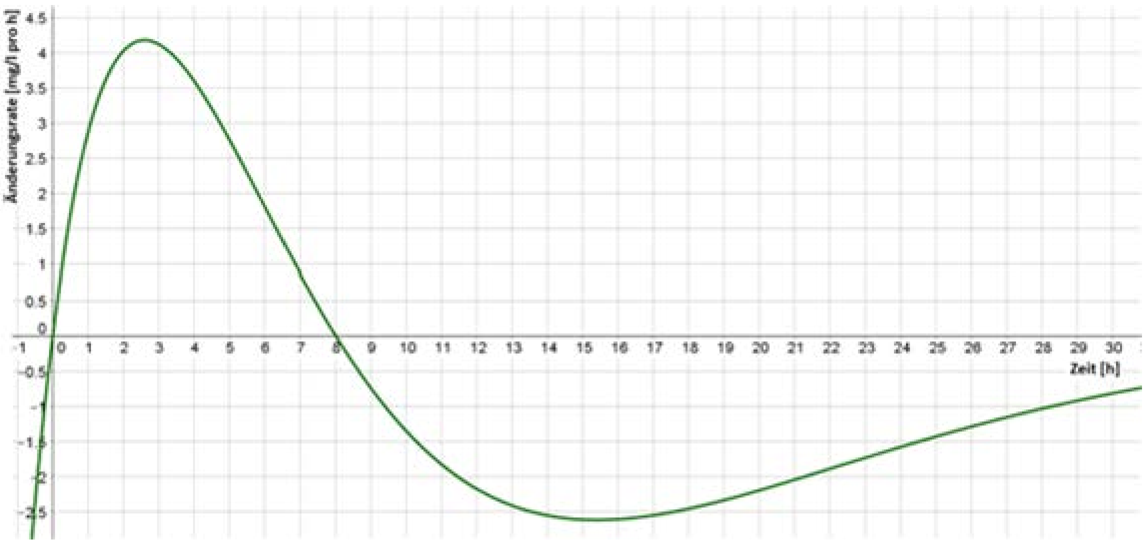
$$\int_0^{24} h(x)\, \mathrm{d}x \qquad -11.9559$$

Nach 12 Stunden ist weniger Vitamin als zu Beginn im Blut – erkennbar an dem negativen Vorzeichen. Die Konzentration hat um 12 mg/l abgenommen.

Aufgabenteil d)

Am Graphen ist erkennbar, dass die Vitaminkonzentration in den ersten 8 Stunden zunimmt, da der Funktionsgraph hier im positiven Bereich liegt. Ab der zweiten Nullstelle (bei x=8) liegt der Funktionswert unter Null, die Konzentration sinkt also wieder.

Da der Operator „beschreibe“ genutzt wird, muss die Nullstelle nicht berechnet werden – wie es beim Operator „berechne“ oder „bestimme rechnerisch“ der Fall wäre.



$$\int_0^{8} h(x) \cdot dx = 20{,}426 \ldots$$

$$\int_0^{8} h(x)\, \mathrm{d}x \qquad 20.4267$$

Nach 8 Stunden ist die Konzentration am höchsten, nämlich 20,4 mg/l höher als zu Beginn. Da die Konzentration zu Beginn nicht bekannt ist, kann nur gesagt werden, dass nach 8 Stunden die Konzentration um den o.g. Wert höher liegt.

Aufgabenteil e)

Hier ist gesucht, zu welchem Zeitpunkt a das Integral den Wert 10 angenommen hat. Die untere Grenze des Integrals bleibt die 0, da wir ja zu Beginn des Versuches anfangen. Die obere Grenze ist aber unbekannt, weil wir ja nicht wissen, wann die Konzentration 10 mg/l erreicht hat. Der Ansatz lautet also:

$$\int_0^a h(x) \cdot dx = 10$$

Es muss also mithilfe des GTRs (oder auch mithilfe von „Versuch und Irrtum“ eine Lösung für a gefunden werden. Klar ist, dass a irgendwo zwischen 0 und 8 liegen muss, wahrscheinlich so bei 3 oder so.

$\mathrm{nSolve}\left(\int_0^a h(x)\,dx=10,a\right)$	-1.83558
$\mathrm{nSolve}\left(\int_0^a h(x)\,dx=10,a,1\right)$	3.17098

Mithilfe von nsolve kann also die Gleichung mit der Variablen / Unbekannten a gelöst werden. Nach 3,2h hat die Konzentration um 10 mg/l zugenommen.

Aufgabenteil f)

Auch hier ist – vergleichbar mit dem Aufgabenteil e – eine Grenze des Integrals gesucht. Die Frage ist hier nämlich, zu welchem Zeitpunkt die gleiche Konzentration erreicht ist wie zu Beginn – also wann das Integral wieder 0 ist. Ich gehe mal davon aus, dass dies etwa nach 17h der Fall ist, da hier die Konzentration wieder gut abgenommen hat. Wir suchen also das a, damit diese Gleichung erfüllt ist.

$$\int_0^a h(x) \cdot dx = 0$$

$\mathrm{nSolve}\left(\int_0^a h(x)\,\mathrm{d}x=0,a\right)$	0.
⚠ $\mathrm{nSolve}\left(\int_0^a h(x)\,\mathrm{d}x=0,a,8\right)$	18.1119

Nach 18,1h ist die Konzentration wieder auf den Startwert gefallen.