

Caesium 137 – Überreste von Tschernobyl

Beim Reaktorunglück in Tschernobyl im Jahr 1988 wurde neben anderen radioaktiven Substanzen auch das sogenannte Caesium-137 freigesetzt, ein radioaktives Caesiumisotop. Caesium ist ein metallischer Stoff, der ein golden glänzt. Caesium wurde in den Wolken zu uns nach Deutschland getragen und in einigen Gegenden gelangte es durch Regen auch auf den Boden. Caesium 137 hat eine Halbwertszeit von ziemlich genau 30 Jahren.

Um den Anteil des noch nicht zerfallenen Caesiums, welches damals mit dem Regen auf unseren Boden gefallen ist zu modellieren, nutzt man die Funktion f , die den noch vorhandenen Anteil in Prozent in Abhängigkeit von der Zeit x in Jahren angibt.

$$i(x) = 100 \cdot 0.5^{\frac{x}{30}}$$

- Bestimme rechnerisch den vorhandenen Rest nach 15 Jahren und berechne, wann noch 10% vorhanden sein wird.
- Berechne, nach wie vielen Jahren 30% zerfallen sind.
- Zeige, dass die Halbwertszeit bei der modellierten Funktion auch 30 Jahre beträgt und erläutere, woran man diese ablesen könnte.

Nun rechnet man lieber mit Exponentialfunktionen, die als Basis die Eulerzahl e haben.

- Zeige, dass die Funktionen $f(x) = 100 \cdot e^{-0,023x}$ und die vorher genutzte Funktion i übereinstimmen.
- Berechne, welcher Anteil nach 40 Jahren noch vorhanden ist und wann nur noch 20% des ursprünglichen Materials vorhanden sind.

Die Aktivität eines radioaktiven Materials hängt davon ab, wie viele Teilchen pro Jahr zerfallen – also nach einem Jahr nicht mehr vorhanden sind. Diese Aktivität kann man auch mithilfe der Änderungsrate also der Ableitung der Funktion f beschreiben.

- Berechne ohne eine Ableitung zu verwenden, welcher Anteil im ersten Jahr zerfällt.
- Leite die Funktion ab und bestimme die Aktivität zu Beginn und nach 10 Jahren. Erläutere die Einheit der Ableitungsfunktion.

Allgemein kann man die Funktion f , die das noch vorhandene radioaktive Material einer Probe in Abhängigkeit von der Zeit t in Stunden beschreibt, mit der Funktion m beschreiben:

$$m(t) = M_0 \cdot e^{-a \cdot t}$$

Die Konstante $a > 0$ bezeichnet man als Zerfallskonstante a . In diesem Fall passt die Zerfallskonstante zur Einheit Stunden.

- Erläutere die Bedeutung von M_0 und auch, warum vor der Konstante a ein Minus stehen muss.
- Bestimme welche Startmenge M_0 in einer Probe vorhanden sein muss, wenn nach 7 Stunden noch 35g vorhanden sind und die Zerfallskonstante $a = 0,1$ beträgt.
- Berechne die Zerfallskonstante a , wenn von 45g einer Probe nach 4 Stunden nur noch 10g übrig sind.