$f(x) = (x^2-4)\cdot e^{0,5x}$

a) Nullstellen

$f(x) = 0$

$\Leftrightarrow (x^2-4)\cdot e^{0,5x} = 0$

$\Leftrightarrow x^2-4 = 0$ oder $e^{0,5x} = 0$

Löse mit GTR

polyRoots$(x^2-4,x)$ $\{-2,2\}$

Die Nullstellen liegen bei

$x=-2$ und $x=2$.

Ich würde es so machen.

alternative nsolve:

nSolve$((x^2-4)\cdot e^{0.5\cdot x}=0,x)$ $-2.$

nSolve$((x^2-4)\cdot e^{0.5\cdot x}=0,x,-1)$ $2.$

muss geraten werden

Nullstellen bei $x=2$ und $x=-2$.

b) rel. Extrema berechnen

$f'(x) = (x^2-4)\cdot 0,5\cdot e^{0,5x} + 2x\cdot e^{0,5x}$

$= (0,5x^2-2)\cdot e^{0,5x} + 2x\cdot e^{0,5x}$

$= (0,5x^2+2x-2)\cdot e^{0,5x}$

$u = x^2-4$

$u' = 2x$

$v = e^{0,5x}$

$v' = 0,5\cdot e^{0,5x}$

$f''(x) = (0,5x^2+2x-2)\cdot 0,5\cdot e^{0,5x} + (x+2)\cdot e^{0,5x}$

$= (0,25x^2+x-1)\cdot e^{0,5x} + (x+2)\cdot e^{0,5x}$

$= (0,25x^2+x-1+x+2)\, e^{0,5x}$

$= (0,25x^2+2x+1)\cdot e^{0,5x}$

$u = 0,5x^2+2x-2$

$u' = x+2$

$v = e^{0,5x}$

$v' = 0,5\cdot e^{0,5x}$

notw. Bedingung für rel. Extrema $f'(x)=0$

$0,5x^2+2x-2=0$ oder $e^{0,5x}=0$

Löse mit GTR:

polyRoots$(0.5\cdot x^2+2\cdot x-2,x)$

$\{-4.82843, 0.828427\}$

$x=-4,828...$ und $x=0,828$

<u>hinr.</u> Bedingung für rel Extrema $f'(x) = 0$ und $f''(x) \neq 0$

$f''(-4{,}8) = -0{,}166.. < 0$ also HP
$f''(0{,}828) = 5{,}79... > 0$ also TP

auch: am Graphen abgelesen...

$\left(0.25\cdot(-4.8)^2+2\cdot -4.8+2\right)\cdot e^{0.5\cdot -4.8}$ -0.166921

$\left(0.25\cdot(0.828)^2+2\cdot 0.828+2\right)\cdot e^{0.5\cdot 0.828}$ 5.7903

<u>Koordinaten:</u>

$f(-4{,}8) = 1{,}72 .... \approx 1{,}7$ HP $(-4{,}8 \mid 1{,}7)$

$f(0{,}828) = -5{,}01... \approx -5$ TP $(0{,}8 \mid -5)$

$\left((-4.8)^2-4\right)\cdot e^{0.5\cdot -4.8}$ 1.72727

$\left((0.828)^2-4\right)\cdot e^{0.5\cdot 0.828}$ -5.01424

c) Wendestellen

<u>notw.</u> Bedingung für Wendestellen $f''(x) = 0$

$(0{,}25x^2+2x+1)\cdot e^{0{,}5x} = 0$

$\Leftrightarrow 0{,}25x^2+2x+1 = 0$ oder $e^{0{,}5x} = 0$ ↯

Löse mit GTR.

polyRoots$\left(0.25\cdot x^2+2\cdot x+1,x\right)$
$\{-7.4641,-0.535898\}$

$x_1 = -7{,}46$  $x_2 = -0{,}54$

hinr. Bedingung für eine Wendestelle $f''(x)=0$ und $f'''(x) \neq 0$

$$f'''(x) = (0{,}25x^2+2x+1)\cdot 0{,}5\cdot e^{0{,}5x} + (0{,}5x+2)\cdot e^{0{,}5x}$$

$$= (0{,}125x^2+x+0{,}5)\quad e^{0{,}5x} + (0{,}5x+2)\cdot e^{0{,}5x}$$

$$= (0{,}125x^2+x+0{,}5+0{,}5x+2)\cdot e^{0{,}5x}$$

$$= (0{,}125x^2+1{,}5x+2{,}5)\cdot e^{0{,}5x}$$

$f'''(-7{,}46) = -0{,}041.. < 0$ also max. Steigung

$f'''(-0{,}54) = \quad > 0$ also min. Steigung

$$\left(0.125\cdot(-7.46)^2+1.5\cdot -7.46+2.5\right)\cdot e^{0.5\cdot -7.4}$$

-0.041593

$$\left(0.125\cdot(-0.54)^2+1.5\cdot -0.54+2.5\right)\cdot e^{0.5\cdot -0.5}$$

1.31794

Koordinaten

$f(-7{,}46) = 1{,}24$ WP bei: $(-7{,}46 \,/\, 1{,}24)$

$f(-0{,}54) = -2{,}83$ und $(-0{,}54 \,/\, -2{,}83)$

| | |
|---|---|
| $\left((-7.46)^2-4\right)\cdot e^{0.5\cdot -7.46}$ | 1.23927 |
| $\left((-0.54)^2-4\right)\cdot e^{0.5\cdot -0.54}$ | -2.83092 |

d) Intervall −6 bis 1

$f'(-6) = 0,199...$

$f'(-0.54) = -3,84...$ minimale Steigung

$f'(1) = 0,82$ maximale Steigung

| | |
|---|---|
| $\left(0.5\cdot(-6)^2+2\cdot -6-2\right)\cdot e^{0.5\cdot -6}$ | 0.199148 |
| $\left(0.5\cdot(-0.54)^2+2\cdot -0.54-2\right)\cdot e^{0.5\cdot 0.54}$ | -3.8437 |
| $\left(0.5\cdot 1^2+2\cdot 1-2\right)\cdot e^{0.5\cdot 1}$ | 0.824361 |

e) Tangente bei $x = -2$ $y = mx + b$

1) $m = f'(-2) = -1,47$

2) $y = -1,47x + b$ Punkt $(-2 \mid f(-2))$ einsetzen

$f(-2) = 0$

$0 = -1,47 \cdot (-2) + b$

$\Leftrightarrow \underline{\underline{-2,94 = b}}$ $\underline{\underline{y = -1,47x - 2,94}}$