$$f(x) = (x-1)\cdot e^{0,5x}$$

a) Nullstellen

$$f(x) = 0$$
$$(x-1)\cdot e^{0,5x} = 0$$
$$x-1 = 0 \quad |+1 \quad \text{oder} \quad e^{0,5x} = 0$$
$$\underline{\underline{x = 1}} \qquad ↯$$

Nullstelle bei $x = 1$

b) rel. Extrema

$$f'(x) = (x-1)\cdot 0,5\cdot e^{0,5x} + 1\cdot e^{0,5x}$$
$$= (0,5x - 0,5 + 1)\,e^{0,5x}$$
$$= (0,5x + 0,5)\cdot e^{0,5x}$$

NR: $u = x-1$
$u' = 1$
$v = e^{0,5x}$
$v' = 0,5\cdot e^{0,5x}$

$$f''(x) = (0,5x + 0,5)\cdot 0,5\cdot e^{0,5x} + 0,5\cdot e^{0,5x}$$
$$= (0,25x + 0,25)\cdot e^{0,5x} + 0,5\cdot e^{0,5x}$$
$$= (0,25x + 0,25 + 0,5)\cdot e^{0,5x}$$
$$= (0,25x + 0,75)\cdot e^{0,5x}$$

NR: $u(x) = 0,5x + 0,5$
$u'(x) = 0,5$
$v(x) = e^{0,5x}$
$v'(x) = 0,5\cdot e^{0,5x}$

notw. Bedingung für rel. Extrema $f'(x) = 0$

$$(0,5x + 0,5)\cdot e^{0,5x} = 0$$
$$0,5x + 0,5 = 0 \quad |-0,5 \quad \text{oder} \quad e^{0,5x} = 0$$
$$\Leftrightarrow \quad 0,5x = -0,5 \quad |:0,5 \qquad ↯$$
$$x = \underline{\underline{-1}}$$

hinr. Bedingung für rel. Extrema $f'(x)=0$ und $f''(x) \neq 0$

$$f''(-1) = (0{,}25 \cdot (-1) + 0{,}75) \cdot e^{0{,}5 \cdot (-1)}$$

$$= (-0{,}25 + 0{,}75) \cdot e^{-0{,}5}$$

$$= \underbrace{0{,}5}_{>0} \cdot \underbrace{e^{-0{,}5}}_{>0} > 0 \quad \text{also TP}$$

Koordinaten $\quad f(-1) = (-1-1) \cdot e^{0{,}5 \cdot (-1)}$

$$= -2 \cdot e^{-0{,}5}$$

$$TP\ (-1 \mid -2 \cdot e^{-0{,}5})$$

c) Wendestelle

$$f''(x) = (0{,}25x + 0{,}75) \cdot e^{0{,}5x}$$

$$f'''(x) = (0{,}25x + 0{,}75) \cdot (0{,}5) \cdot e^{0{,}5x} + 0{,}25 \cdot e^{0{,}5x}$$

$$= (0{,}125x + 0{,}325) \cdot e^{0{,}5x} + 0{,}25 \cdot e^{0{,}5x}$$

$$= (0{,}125x + 0{,}325 + 0{,}25) \cdot e^{0{,}5x}$$

$$= (0{,}125x + 0{,}575)\ e^{0{,}5x}$$

NR: $u(x) = 0{,}25x + 0{,}75$
$u'(x) = 0{,}25$
$v(x) = e^{0{,}5x}$
$v'(x) = 0{,}5 \cdot e^{0{,}5x}$

notw. Bedingung für Wendestellen $f''(x) = 0$

$$(0{,}25x + 0{,}75) \cdot e^{0{,}5x} = 0$$

$$0{,}25x + 0{,}75 = 0 \mid -0{,}75 \quad \text{oder} \quad e^{0{,}5x} = 0$$

$$0{,}25x = -0{,}75 \mid \cdot 4 \qquad ↯$$

$$x = \underline{\underline{-3}}$$

hinr. Bedingung für Wendestellen $f''(x)=0$ und $f'''(x)\neq 0$

$$f'''(-3) = (0{,}125\cdot(-3)+0{,}575)\cdot e^{0{,}5\cdot(-3)}$$

$$= (-0{,}375+0{,}575)\cdot e^{-1{,}5}$$

$$= \underbrace{0{,}2}_{>0} \cdot \underbrace{e^{-1{,}5}}_{>0} > 0$$

Da beide Faktoren größer Null sind (also positiv) ist das Produkt auch größer Null.

Die Steigung ist an der Wendestelle minimal.

Koordinaten $f(-3) = (-3-1)\cdot e^{0{,}5\cdot(-3)} = \underline{\underline{-4\cdot e^{-1{,}5}}}$

WP: $(-3 \mid -4\cdot e^{-1{,}5})$

d) höchste / niedrigste Steigung

Ich prüfe die Ränder:

$$f'(1) = (0{,}5\cdot 1+0{,}5)\cdot e^{0{,}5\cdot 1} = 1\cdot e^{0{,}5} = e^{0{,}5} > 0$$

$$f'(-3) = (0{,}5\cdot(-3)+0{,}5)\cdot e^{0{,}5(-3)} = (-1{,}5+0{,}5)\cdot e^{-1{,}5} = -1\cdot e^{-1{,}5} < 0$$

Bei $x=1$ ist die Steigung maximal, bei $x=-3$ minimal.

e) Tangente bei $x = 0$

1) $m = f'(0)$

$= (0{,}5 \cdot 0 + 0{,}5) \cdot e^{0{,}5 \cdot 0} = 0{,}5 \cdot \underbrace{e^0}_{=1} = 0{,}5$

2) $y = 0{,}5x + b$ durch $(0 \mid f(0))$

$f(0) = (0 - 1) \cdot e^{0{,}5 \cdot 0} = -1 \cdot \underbrace{e^0}_{1} = -1$

$-1 = 0{,}5 \cdot 0 + b$

$-1 = b$

Also: $\underline{\underline{y = 0{,}5x - 1}}$ ist die Tangente.

Senkrechte Tangente: $y = n\, x + b$ $\quad b = -1$ (gleich...)

$n \cdot 0{,}5 = -1 \quad | : 0{,}5$

$\Leftrightarrow \quad n = \underline{\underline{-2}}$

$\underline{\underline{y = -2x - 1}}$