Lösung: Übung zum HMF-Teil

Aufgabe 1 ein Dreieck

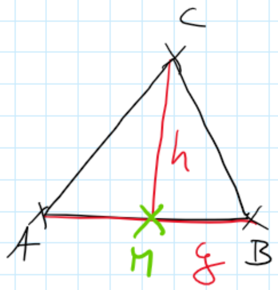
a) $\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} = \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\quad |\vec{AB}| = 8$

$\vec{AC} = \vec{OC} - \vec{OA} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$ $\quad |\vec{AC}| = \sqrt{4^2 + 5^2} = \sqrt{16+25} = \sqrt{41}$

$\vec{BC} = \vec{OC} - \vec{OB} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 5 \end{pmatrix}$ $\quad |\vec{BC}| = \sqrt{(-4)^2 + 5^2} = \sqrt{16+25} = \sqrt{41}$

Das Dreieck ist gleichschenklig, die Basis AB hat eine andere Länge. Also ist es nicht gleichseitig.

b) Fläche $\frac{1}{2} \cdot g \cdot h$



$g: |\vec{AB}| = 8$

$\vec{OM} = \vec{OA} + \frac{1}{2}\vec{AB}$

$= \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\vec{MC} = \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \\ 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$ $\quad |\vec{MC}| = 5 = \underline{h}$

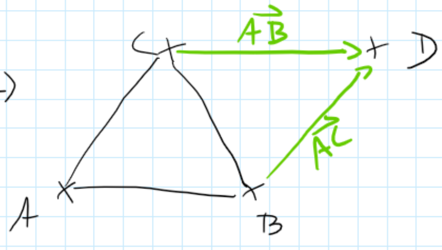
$A = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 5 = \underline{\underline{20}}$ $\quad$ Fläche : 20 FE

c) Umfang: $8 + \sqrt{41} + \sqrt{41} = \underline{\underline{8 + 2 \cdot \sqrt{41}}}$

d) $\vec{AC} \cdot \vec{BC} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 5 \end{pmatrix} = 4 \cdot (-4) + 5 \cdot 5 = -16 + 25 = 9 \neq 0$

Es liegt kein rechter Winkel vor.

e)



$\vec{OD} = \vec{OC} + \vec{AB} = \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \\ 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 15 \\ 5 \end{pmatrix}$

$D = (0; 15; 5)$

Aufgabe 2 **ein LGS lösen**

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 4 & -2 & 11 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ -2\cdot\mathrm{I} \\ -\mathrm{I} \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & -3 & -1 & -5 \\ 0 & 2 & -3 & 7 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \cdot 2 \\ \cdot 3 \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & -6 & -2 & -10 \\ 0 & 6 & -9 & 21 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \\ +\mathrm{II} \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & -6 & -2 & -10 \\ 0 & 0 & -11 & 11 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{lrcll} \mathrm{III} & -11c & = & 11 & \mid :(-11) \\ \Leftrightarrow & c & = & -1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{lrcll} \mathrm{II} & -6b - 2\cdot(-1) & = & -10 & \\ \Leftrightarrow & -6b + 2 & = & -10 & \mid -2 \\ \Leftrightarrow & -6b & = & -12 & \mid :(-6) \\ \Leftrightarrow & b & = & \underline{\underline{2}} & \end{array}$$

$$\begin{array}{lrcll} \mathrm{I} & a + 2\cdot 2 + 1\cdot(-1) & = & 4 & \mid -3 \\ \Leftrightarrow & a & = & \underline{\underline{1}} & \end{array}$$

Aufgabe 3 (fast) das gleiche Dreieck – aber etwas komplizierter

a) $\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} = \begin{pmatrix}0\\8\\0\end{pmatrix} \qquad |\vec{AB}| = 8$

$\vec{AC} = \vec{OC} - \vec{OA} = \begin{pmatrix}0\\7\\z\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}0\\3\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\4\\z\end{pmatrix} \qquad |\vec{AC}| = \sqrt{4^2+z^2} = \sqrt{16+z^2}$

$\vec{BC} = \vec{OC} - \vec{OB} = \begin{pmatrix}0\\7\\z\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}0\\11\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\-4\\z\end{pmatrix} \quad |\vec{BC}| = \sqrt{(-4)^2+z^2} = \sqrt{16+z^2}$

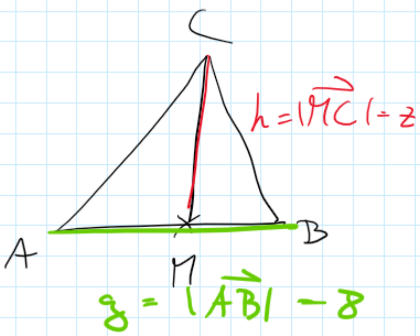
Die Seiten $\vec{AC}$ und $\vec{BC}$ sind gleich lang.

b)

$\vec{OM} = \vec{OA} + \frac{1}{2}\vec{AB} = \begin{pmatrix}0\\3\\0\end{pmatrix} + \frac{1}{2}\begin{pmatrix}0\\8\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\7\\0\end{pmatrix}$

$\vec{MC} = \begin{pmatrix}0\\7\\z\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}0\\7\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\0\\z\end{pmatrix}$

$|\vec{MC}| = \sqrt{z^2} = \underline{\underline{z}}$



$A = 40 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h \qquad g = 8$

$= \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot z$

$\Leftrightarrow 40 = 4 \cdot z \quad |:4$

$\Leftrightarrow \underline{\underline{10}} = z$

c) $|\vec{BC}| = \sqrt{16+z^2} = 5$

$\Leftrightarrow \sqrt{16+z^2} = \sqrt{25}$

$16 + z^2 = 25 \quad |-16$

$z^2 = 9 \quad |\sqrt{}$

$z = \underline{\underline{3}}$

d) Damit in C ein rechter Winkel liegt, muss

$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$ sein.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ z \end{pmatrix} = -4 \cdot 4 + z^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow -16 + z^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow z^2 = 16$$

$$\Rightarrow z = \underline{\underline{4}}$$