

## Bedeutung der Integralrechnung auch mit negativen Flächen

---



### 1) Aufgabe Ein Heißluftballon

Die Funktion  $f$  beschreibt näherungsweise die Vertikalgeschwindigkeit  $v$  eines Ballons in Abhängigkeit von der Zeit. Bei positiven Werten von  $v$  steigt der Ballon nach oben, bei negativen Werten fällt er. Der Flug beginnt bei  $x = 0$  und endet bei  $x = 40$ .

Funktion des Graphen:  $f(t) = \frac{1}{100}(t^3 - 65t^2 + 1000t)$

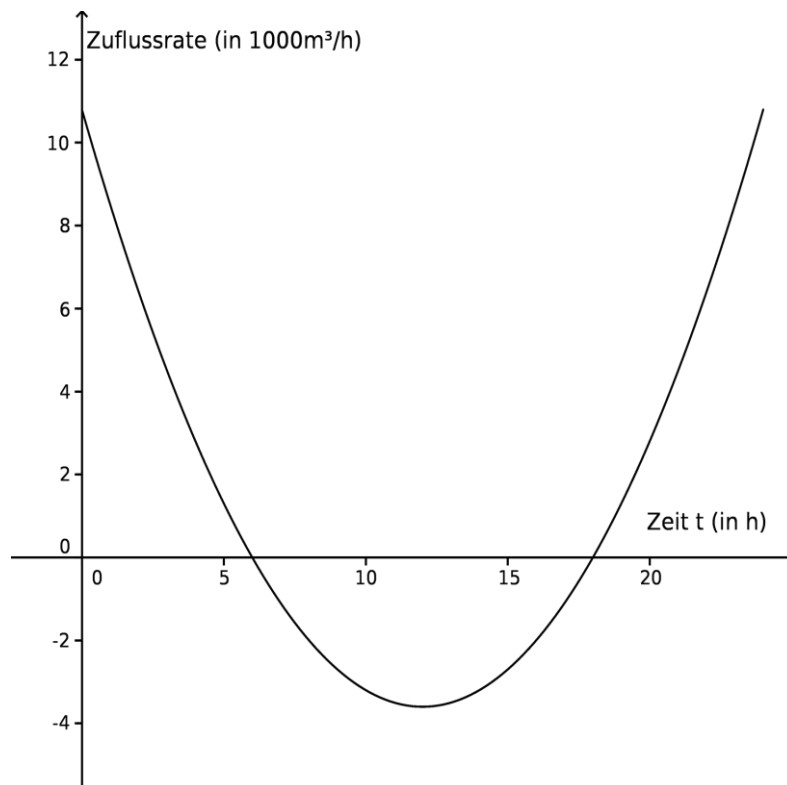
Dabei gibt  $f$  die Vertikalgeschwindigkeit in der Einheit Meter pro Minute und  $t$  die Zeit in Minuten an.

- Zeichne den Graphen mit dem GTR, um dann die folgenden Aufgaben zu bearbeiten. Stelle die Fenstereinstellungen richtig ein und skizziere anschließend den Funktionsgraphen in Dein Heft.
- Beschreibe, welchen Flugzustand der Ballon nach 10 Minuten einnimmt. (Ohne Rechnung)
- Berechne, nach wie vielen Minuten der Ballon seine größte Höhe erreicht hat. Berechne diese Höhe unter der Annahme, dass der Ballon von 10m Höhe gestartet ist.
- Beurteile auf Grundlage des Graphen begründet, ob der Start- und Landepunkt gleich hoch liegen. Berechne anschließend – falls nötig – die Höhendifferenz.
- Berechne, welchen vertikalen Weg der Ballon insgesamt zurückgelegt hat.
- \*\*\* Berechne, nach wie vielen Minuten der Luftballon 300m Höhe gewonnen hat.

## 2) Aufgabe das Pumpspeicherkraftwerk

Bei einem Überschuss an elektrischer Energie wird Wasser in einen Speichersee hochgepumpt. Mit diesem Wasser kann man bei Bedarf wieder elektrische Energie erzeugen. Im nebenstehenden Graphen ist modellhaft die Zuflussrate eines Speichersees an einem Werktag zwischen 0 Uhr und 24 Uhr dargestellt.

- Bestimmen Sie anhand des Graphen, zu welchem Zeitpunkt im Verlauf dieses Tages am wenigsten Wasser im Speicher ist.
- Für die Zuflussrate gilt:  $g(t) = 0,1(t^2 - 24t + 108)$  (t in Std., g(t) in 1000 Kubikmetern pro Stunde).  
Berechne die Zufluss- und Abflussmenge zwischen 0 und 6 Uhr, 6 Uhr und 18 Uhr und 24 Uhr.
- Bestimme, wann der Speichersee so voll ist wie zu Beginn.
- Welche Wassermenge ist insgesamt durch die Rohre geflossen?
- \*\*\* Berechne, wann 20.000 m<sup>3</sup> Wasser in den See gepumpt wurden.



### 3) Aufgabe Das Regenrückhaltebecken



Die Durchflussgeschwindigkeit des Wassers durch elektronisch steuerbare Ventile in ein Regenrückhaltebecken lässt sich näherungsweise durch die Funktion

$f(t) = x^3 - 12,5x^2 + 36x$  beschreiben, deren Graph in der Abbildung dargestellt ist. Zu

Beginn sind  $1700\text{m}^3$  Wasser im Becken.

- Beschreibe die Veränderung des Wassers anhand des Graphen.
- Gib begründet an, zu welchem Zeitpunkt das Becken am vollsten ist.
- Berechne den Zeitpunkt exakt (auch per Hand), an dem das Becken am vollsten ist.
- Berechne die zugeflossene Wassermenge und geben Sie die Gesamtmenge beim vollsten Beckenstand an.
- Bestimme die gesamte durch die Ventile geflossene Wassermenge.
- Berechne das Wasservolumen im Becken nach 8 Stunden.
- Bestimme, wann das meiste Wasser in das Becken hineinfließt.
- Bestimme mit dem GTR, wann sich die Wassermenge im Becken am stärksten verändert.

