Beweis mithilfe der Obersumme:
Stammfunktion von $f(x) = x$

$f\left(\frac{a}{n}\right) = \frac{a}{n}$	Letztes Rechteck: $\frac{a}{n} \cdot f(n \cdot \frac{a}{n})$
$O = \lim\limits_{n\to\infty} a^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot (1 + \frac{1}{n})$	
$O = \frac{a}{n} \cdot \frac{a}{n} \; [1 + 2 + \cdots + n]$	
Obersumme O	Zweites Rechteck: $\frac{a}{n} \cdot f(2 \cdot \frac{a}{n})$
$O = \frac{a^2}{n^2} \cdot \frac{1}{2} \cdot (n^2 + n)$	
$O = \frac{a}{n} \cdot f\left(\frac{a}{n}\right) + \frac{a}{n} \cdot f\left(2 \cdot \frac{a}{n}\right) + \cdots + \frac{a}{n} \cdot f(n \cdot \frac{a}{n})$	
$O = a^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{n^2(1 + \frac{1}{n})}{n^2}$	
$O = \frac{a}{n} \left[\frac{a}{n} + 2 \cdot \frac{a}{n} + \cdots + n \cdot \frac{a}{n}\right]$	
Erstes Rechteck: $\frac{a}{n} \cdot f(\frac{a}{n})$	**Nötige Hilfe:** Gaußsche Summenformel: $1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{1}{2} \cdot n \cdot (n + 1)$
$O = a^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{n^2 + n}{n^2}$	
$O = \frac{a^2}{n^2} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot n \cdot (n + 1)\right]$	
$O = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{2} \cdot a^2$	
$O = \frac{a}{n} \left[f\left(\frac{a}{n}\right) + f\left(2 \cdot \frac{a}{n}\right) + \cdots + f(n \cdot \frac{a}{n})\right]$	
$O = a^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot (1 + \frac{1}{n})$	